附件一：

考试范围和参考书籍

一、分析学

“主要考察研究生的大分析”基础。内容涉及实分析，复分析和泛函分析基本概念和方法。

**实分析知识点：**

集合及其运算。

欧氏空间上的拓扑：开集，闭集，紧性 ( 包括 Heine-Borel 定理)， 连续性（包括一直连续性），一致收敛，Arzela-Ascoli 定理。

Lebesgue 测度:可测集与可测函数，外测度， Lebesgue测度的构造，Lusin 定理，函数列的收敛性（几乎处处/点态收敛，依测度收敛,近一致收敛），Egorov 定理，Riesz 定理。

Lebesgue积分理论: Lebesgue 积分定义，Lebesgue积分与分布函数关系；Fatou 引理以及控制收敛定理；依积分意义收敛，几乎处处收敛以及依测度收敛之间的关系, Lebesgue 微分定理，绝对连续函数和有界变差函数。

抽象测度论和积分论(包括Radon测度和有关C（X）上正线性泛函的Riesz表示定理)（研究生内容）。

Lp空间：Jensen不等式，Hoelder不等式，Minkowski不等式。

Fourier分析：欧氏空间R^n以及圆环S^1上的Fourier变换；Riemann-Lebesgue引理;Plancherel定理；S^1上的Fourier变换的Parseval不等式；反演公式；卷积；Hausdorff-Young不等式。

**实分析参考书籍:**

周民强，《实变函数论》第三版，北京大学出版社。

G.B.Folland,Real Analysis: Mordern Techniques and their Applications，Second edition.[Pureand Applied Mathematics(NewYork).](http://mathscinet-ams-org-s.webvpn.zju.edu.cn:8001/mathscinet/search/series.html?id=894)AWiley-Interscience Publication. JohnWiley&Sons,Inc.,NewYork,1999.

**复分析知识点：**

解析函数：幂级数，收敛半径，Cauchy-Riemann方程，Liouville定理，Cauchy估计，一致极限，零点的离散性, Cauchy积分公式。

半纯函数：Riemann可去奇点定理，极点，Laurent级数，留数公式。

全纯函数的局部性质：幅角原理，全纯函数的零点，Rouche定理，Hurwitz定理，极大模原理，开映射定理。

共形映射：Riemann球面，分式线性变换，共形映射，Riemann映射定理，解析延拓。

（平面上的）调和函数：Poisson积分公式，亚调和函数，Dirichlet问题。

**复分析参考书籍：**

L. Ahlfors, Complex Analysis, McGraw-Hill 1979.

L. Ahlfors, Conformal Invariants, McGraw-Hill 1973.

Stein, Elias M.; Shakarchi, Rami Complex analysis.  Princeton Lectures in Analysis, 2.  Princeton University Press, Princeton, NJ, 2003.

**泛函分析知识点：**

度量空间:完备性；可分性；Baire纲定理; 紧性，Hausdorff定理, Arzela-Ascoli定理；Banach压缩映射原理。

拓扑线性空间：Minkowski泛函；赋范线性空间，Banach 空间；Riesz(几何)引理，有限维赋范线性空间的刻画; 内积空间，Hilbert空间，Cauchy-Schwarz不等式，极化恒等式，平行四边形公式；最佳逼近，正交分解，规范正交系，Bessel不等式，Parseval恒等式, Schmidt正交化。

线性算子理论：有界性、连续性、闭线性算子；开映射定理（逆算子定理, 等价范数定理，闭图像定理)，一致有界原理(共鸣定理)，强收敛；线性泛函，Hahn-Banach定理（凸集分离定理），对偶空间，伴随算子，弱收敛、弱\*收敛，弱序列紧(Eberlein-Smulian定理)；紧算子，Riesz-Fredholm理论。

Hilbert空间算子理论：Riesz表示定理, Lax-Milgram定理，伴随算子，自伴算子，正算子。

谱理论基础：有界线性算子的谱，预解式，谱半径；紧算子的谱理论（Riesz-Schauder）；紧自伴算子的谱分解定理(Hilbert-Schmidt); 自伴算子的谱分解定理。

**泛函分析参考书籍：**

张恭庆、林源渠 编著，《泛函分析讲义 (第二版，上)》，北京大学出版社，2021。

王声望、郑维行 编，《实变函数与泛函分析概要 (第5版) 第2册》，高等教育出版社, 2019。

Haim Brezis, Functional Analysis, Sobolev Spaces and Partial Differential Equations，2011.

二、代数学

**代数学知识点：**

集合论与范畴:集合的基数、集合上的序和偏序，Zorn引理，范畴的定义和实例，函子，自然变换，忘却函子。

线性代数：线性空间基的存在性，线性算子与矩阵的对应，正交性,矩阵的对角化,Cayley-Hamilton定理，旋转与反射，谱定理,Jordan标准型。

群论:半群和群的定义、子群和陪集分解（拉格朗曰定理）、循环群、正规子群和商群、群同态基本定理、置换群、单群、群在集合上的作用、轨道、Sylow定理、群的可解性、有限生成阿贝尔群结构定理，小阶群的结构，特殊典型群，有限群的表示，特征标理论。

环论：环的定义，例子和性质，矩阵环，理想商环，同态（同构）基本定理，素理想和极大理想，中国剩余定理，唯一分解整环,主理想整环，欧氏整环，素元和不可约元，局部环，Artin环，Noether环，Hilbert基定理，多项式环，欧氏算法，高斯引理和Eisenstein判别法。

模论：模的定义，子模和商模，模同态/同构，直和与直积，自由模，有限生成模，主理想整环上的有限生成模的结构定理，正合列，短五引理，可裂正合列，模的张量积，张量代数，张量函子，Hom-函子。

域与Galois理论：代数基本定理、代数闭域、域的扩张、代数扩张与超越扩张，有限域及其分类、Galois扩张和Galois群、分裂域，可分扩张、正规扩张、根扩张，伽罗瓦基本定理，代数方程根式可解的判定。

**代数学参考书籍：**

T W Hungerford,Algebra,SpringerGraduateTextsinMath73.

S.H.Friedberg,A.J.InselandL.E.Spence，Linear Algebra,(FourthEdition) .

Michael Artin,Algebra,(SecondEdition) .

三、几何与拓扑

**几何与拓扑知识点：**

微分流形：光滑映射，切空间，浸入与嵌入子流形，Frobenius定理，张量场，外微分，Stokes公式、deRham上同调，向量丛的定义。

黎曼几何：向量丛上的联络，Levi-Civita联络，黎曼曲率张量，散度定理，Hodge定理，子流形的结构方程，弧长第一、第二变分公式，Jacobi场，比较定理。

拓扑学：连续映射，拓扑空间的紧性与连通性，曲面的分类，VanKampen定理，基本群，覆盖空间，MV序列，同调切除定理，胞腔复形，上同调，万有系数定理，Poincare对偶。

**几何与拓扑参考书籍:**

《黎曼几何初步》白正国，沈一兵等，浙江大学出版社。

《微分几何讲义》陈省身，陈维桓，北京大学出版社。

[Riemannian Geometry and Geometric Analysis Jost，Springer.](https://link.springer.com/book/10.1007/978-3-642-21298-7)

《拓扑学》Munkres,机械工业出版社。

《基础拓扑学》Armstrong，北京大学出版社。

Algebraictopology Hatcher,Cambridge University Press.

四、微分方程

微分方程主要考察偏微分方程和常微分方程的基本概念和方法。

**偏微分方程知识点：**

一阶偏微分方程的特征线法求解。

调和函数及其性质，位势方程的基本解和Green函数，以及边值问题的求解。

热方程和波动方程初值问题和初边值问题的求解，解的存在唯一性，以及解的基本性质。

极值原理与最大模估计，能量模估计。

Sobolev空间及其性质。

椭圆方程Schauder估计的结论及应用，估计(Calderon-Zygmund理论)的结论及应用。

波动方程：线性波动方程的基本解，线性波的衰减估计，渐近行为(Friedlanderradiationfield)，Klainerman-Sobolev不等式，整体光滑性估计(Strichartz估计)，(变系数)波动方程解的适定性。

**偏微分方程参考书籍：**

周蜀林，《偏微分方程》，北京大学出版社。

姜礼尚等，《数学物理方程》,高等教育出版社。

陈亚浙，吴兰成，《二阶椭圆型方程与椭圆型方程组》，科学出版社。

L.Evans,Partial Differential Equations.Graduate Studies in Mathematics,vol.19,American Mathematical Society,Providence.

D.Gilbarg,N.S.Trudinger,Elliptic Partial Differential Equations ofSecond Order(PartILinearequations),Springer.

C.D.Sogge,Lectureson Non-Linear Wave Equations(SecondEdition),International Press,2008.

方道元，《非线性波动方程》，浙江大学出版社，2008。

Serge Alinhac,Hyperbolic Partial Differential Equations,Springer，2009。

**常微分方程知识点：**

一阶方程的初等积分法：线性方程，变量分离方程，恰当方程，积分因子法。

解的适定性理论：Picard存在唯一性定理，Cauchy存在唯一性定理，Gronwall不等式，解的延拓，比较定理，解对参数及初值的连续依赖性、可微性。

线性方程与方程组：解的结构，常系数线性方程与方程组的求解，降阶法，Euler方程，(广义)幂级数解法，Laplace变换。

自治系统的定性理论：Lyapunov稳定性，线性近似，Lyapunov函数。

平面自治动力系统初步：奇点分析，相图。

**常微分方程参考书籍：**

丁同仁，李承治，《常微分方程教程（第二版）》，高等教育出版社，2004。

方道元，薛儒英，《常微分方程》，高等教育出版社，2017。

GeraldTeschl，Ordinary Differential Equations and Dynamical Systems，Graduate Studies in Mathematics,Volume140,Amer.Math.Soc.,Providence,2012.

五、计算数学

**计算数学知识点：**

数值逼近的基本算法和理论：多项式及样条插值、曲线拟合、最佳逼近、数值微分与积分、非线性方程求根等。

数值代数的基本算法和理论：求解线性方程组的直接解法和迭代解法，矩阵的特征值和特征向量的计算方法。

常、偏微分方程有限差分方法的基本理论：差分格式的稳定性、截断误差、收敛性分析。

计算数学**参考书籍：**

《数值逼近》，蒋尔雄,赵风光,苏仰锋，复旦大学出版社，第二版（2008年7月）。

《数值线性代数》，徐树方，高立，张平文，北京大学出版社，2002。

《矩阵计算》（英文版.第四版),GeneH.Golub,CharlesF.VanLoan,人民邮电出版社。

《微分方程数值解》，陈文斌、程晋、吴新明、李立康，复旦大学出版社出版，2014。

Numerical Analysis,2nd edition,WalterGautschi,Springer,2012.

Solving Ordinary Differential Equations I:Nonstiff problems byE.Hairer,S.P.Norsett,andG.Wanner,second revised edition,Springer,1993.

Finite Difference Methods for Ordinary and Partial DifferentialEquations:Steady-State and Time-dependent Problems by R.LeVeque,Firste dition,SIAM,2007.

六、概率统计

**概率统计知识点：**

随机变量：随机变量及其函数的分布、数字特征的求解与应用，多元正态向量的性质。

极限理论：大数定律、中心极限定理、概率测度弱收敛。

参数估计：点估计、区间估计、估计量的性质。

假设检验：单个或多个总体下均值向量与协方差矩阵的检验，总体分布的检验。

线性回归模型：参数的估计，协变量显著性与模型拟合度的检验。

随机过程：泊松过程，马尔科夫链，布朗运动与Ito积分的定义与基本性质。

**概率统计参考书籍：**

林正炎，苏中根，张立新，《概率论》第三版，浙江大学出版社，2019。

林正炎，陆传荣，苏中根，《概率极限理论基础》第二版，高等教育出版社，2015。

Billingsley,P.,Convergence of Probability Measures(2nd),Wiley,NewYork,1999.

韦来生，《数理统计》第二版，科学出版社，2015。

Shao Jun,Mathematical Statistics,Springer,NewYork,2003.

苏中根，《随机过程》，高教出版社，2020

Fima CK lebaner,Introduction to Stochastic Calculus with Applications,Imperial CollegePress,1998.